

Klassenstufe 5-6 / Lösungsvorschläge

Bitte jeweils in Teams von 3-5 Schülern bearbeiten.

Die Bewertung hängt neben der Korrektheit auch von der Qualität der Begründungen und der Beschreibung der Lösungswege ab. Auch Ansätze werden belohnt.

3 Pkte

1) Bärenhunger

(1) Lukas kommt heute als erster mit einem Bärenhunger heim von der Schule. Als er in die Küche kommt hat seine Mutter gerade den 25. Pfannkuchen aus der Pfanne genommen.

(2) Seine Mutter bäckt weiter, aber Lukas isst die Pfannkuchen schneller auf als seine Mutter backen kann.

In der Zeit, die seine Mutter für die Herstellung zweier frischer Pfannkuchen braucht, verschwinden drei im Mund von Lukas.

(3) Nach dem 12. Pfannkuchen gibt Lukas auf, gerade als der Teig aufgebraucht ist und die Mutter den letzten Pfannkuchen fertig hat.

(4) Wieviele Pfannkuchen bleiben für seine Mutter und die jetzt von der Schule kommenden Geschwister Max und Moritz übrig?

Tip: Einmal die Textaufgabe vollständig lesen. Beim zweitenmal lesen, pro deutschem Satz der Textaufgabe versuchen die entsprechende(n) mathematische(n) Rechenoperation(en) herauszufinden.

Lösungsvorschlag:

	Mama bäckt	Lukas isst und damit verschwinden
(1)	25	
(2)	+2	-3
(2)	+2	-3
(2)	+2	-3
(2)	+2	-3
(3)		(-) 12

Also bleiben für seine Mutter und seine Geschwister Max und Moritz

$$25 + (2 - 3) + (2 - 3) + (2 - 3) + (2 - 3) = 21$$

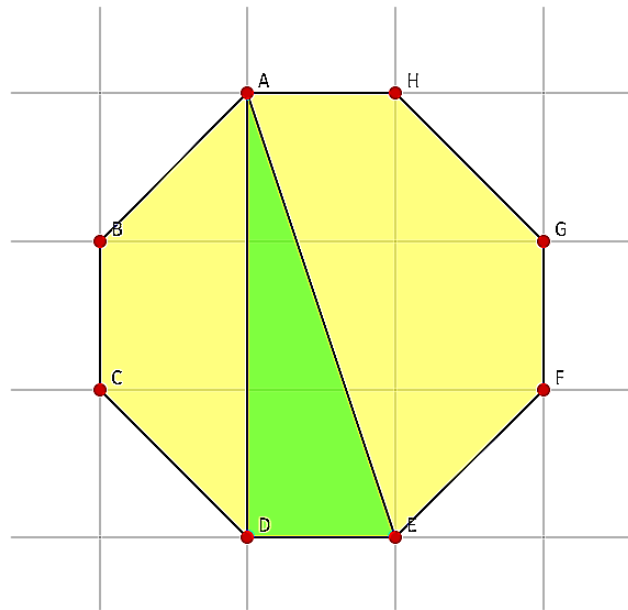
Pfannkuchen übrig.

Auch die Antwort 7 Pfannkuchen je für die Mutter, Max und Moritz wurde anerkannt.

3 Pkte

2) Achteck

Wie groß ist die Fläche des grünen Dreiecks ADE, wenn das Achteck den Flächeninhalt 28 cm^2 hat?



Lösungsvorschlag:

Das Achteck besteht aus 5 ganzen und 4 halben Quadraten des Karopapiers, d.h. 7 ganzen Quadraten des Karopapiers.

Das Achteck hat einen Flächeninhalt von 28 cm^2 .

Also hat ein Quadrat des Karopapiers den Flächeninhalt von $28 : 7 = 4 \text{ cm}^2$.

(Ab jetzt evtl. weiter mit der unten angegebenen Alternative.)

Das Dreieck ADE hat den halben Flächeninhalt des Rechtecks AHED.

Der Flächeninhalt des Rechtecks AHED beträgt $3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^2$, da es aus 3 Quadraten des Karopapiers besteht.

Endergebnis: Der Flächeninhalt des Dreiecks ADE beträgt $12 : 2 = 6 \text{ cm}^2$.

Alternativ kann damit auch die Seitenlänge eines Quadrats des Karopapiers zu 2 cm bestimmt werden und damit weitergerechnet werden.

2 Pkte

3) Wochen

Sechs Wochen haben $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ Sekunden. Wie groß ist n ?

Lösungsvorschlag I:

Man kommt ohne das Ausmultiplizieren von sehr großen Zahlen aus!

Wir zerlegen das Produkt $6 \cdot 7 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$ in kleinere Teilprodukte (oder gar in das Produkt von Primzahlen):

6 Wochen in Sekunden:

$$\begin{aligned} & 6 \cdot 7 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = \\ & = 6 \cdot 7 \cdot \underbrace{(4 \cdot 3 \cdot 2)}_{24} \cdot \underbrace{(5 \cdot 4 \cdot 3)}_{60} \cdot \underbrace{(5 \cdot 4 \cdot 3)}_{60} = \\ & = \underbrace{6 \cdot 7 \cdot (4 \cdot 3 \cdot 2)} \cdot (5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3) = \end{aligned}$$

Der Anfang des gesuchten Produkts ist schon durch umordnen gefunden, die 1 kann ja als Faktor ergänzt werden:

$$= \overbrace{[1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7]} \cdot (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3) =$$

Jetzt muss die hintere Klammer noch geeignet zusammengefasst werden:

$$\begin{aligned} & = [1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7] \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 5) = \\ & = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \end{aligned}$$

Endergebnis: Also ist $n = 10$.

Lösungsvorschlag II:

Man kann es auch ausmultiplizieren:

$$6 \cdot 7 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 3628800 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$$

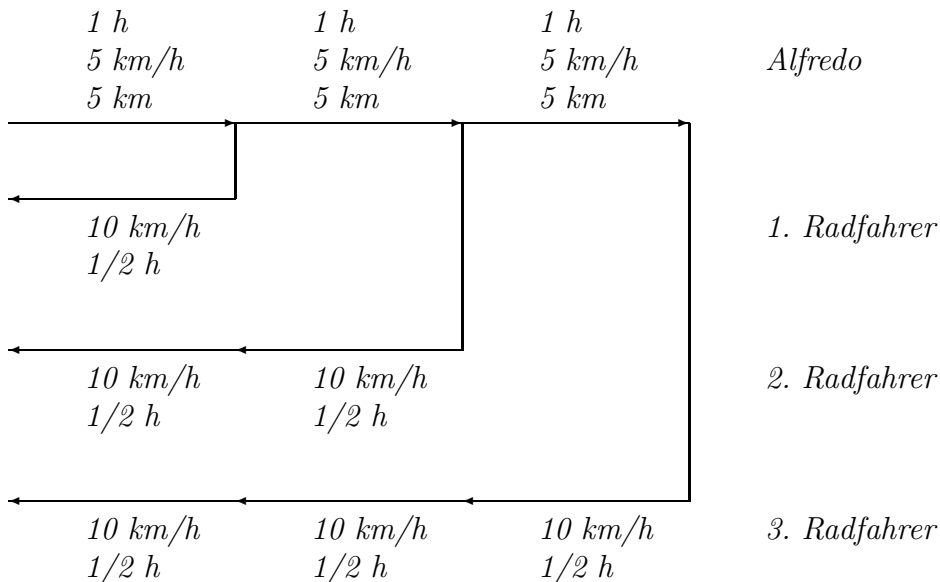
Endergebnis: Also ist $n = 10$.

3 Pkte

4) König Alfredo

König Alfredo ist zu Fuß unterwegs zu seiner Sommerresidenz. In jeder Stunde legt er 5 km zurück. Leider musste die Königin zu Hause bleiben. Damit sie informiert ist, schickt Alfredo nach jeder vollen Stunde einen Fahrradboten zu ihr. Dieser fährt 10 km/h. In welchem zeitlichen Abstand kommen Boten bei der Königin an?

Lösungsvorschlag:



Ankunftszeit 1. Radfahrer bei Königin: $1h + 1/2h = 1\frac{1}{2} h$

Ankunftszeit 2. Radfahrer bei Königin: $2 \cdot 1h + 2 \cdot 1/2h = 3 h$

Ankunftszeit 3. Radfahrer bei Königin: $3 \cdot 1h + 3 \cdot 1/2h = 4\frac{1}{2} h$

usw.

Der jeweils nächste Bote wird eine Stunde später losgeschickt und benötigt 1/2 Stunde länger, trifft also $1\frac{1}{2}$ Stunden nach dem letzten Boten bei der Königin ein.

Endergebnis: Abstand zwischen den Radfahrern: jeweils $1\frac{1}{2} h$

5) Ritter

Auf der Burg Felsenstein lebt der Ritter von Hinkelstein mit seinen drei Kindern Wendell, Jobst und Mathes. Eines der Ritterkinder hat das Schwert des Vaters versteckt und der Vater muss jetzt den Schuldigen finden.

Der Vater weiß, dass das Kind, welches schuldig ist, lügt, und dass die unschuldigen Geschwister die Wahrheit sagen.

Finde aus der folgenden Unterhaltung heraus, welches Kind Vaters Schwert versteckt hat.

Wendell murmelt etwas. Vater von Hinkelstein fragt, was Wendell gesagt hat. „Er sagt, dass er das Schwert versteckt hat,“ erklärt Jobst. „Jobst du lügst“, ruft Mathes. Ritter von Hinkelstein weiß nun, wer der Übeltäter war. Du auch?

Gib den Namen des Übeltäters an.

Lösungsvorschlag:

W =Wendell, J =Jobst, M =Mathes

T =Täter & lügt

u =unschuldig & spricht die Wahrheit

Es gibt 3 Fälle die überprüft werden müssen:

Fall I:

W	T	W müsste ich bin unschuldig gesagt haben (weil er Täter ist und lügt)
J	u	\uparrow W hat gesagt, er hat das Schwert versteckt. \Rightarrow Widerspruch, da J die Wahrheit sagen müsste, d.h. richtig wäre: W hat gesagt, dass er unschuldig ist.
M	u	...

Fall I ist falsch.

Fall II:

W	u	W müsste ich bin unschuldig gesagt haben (weil er unschuldig ist und die Wahrheit spricht)
J	u	\uparrow W hat gesagt, er hat das Schwert versteckt. \Rightarrow Widerspruch, da J die Wahrheit sagen müsste, d.h. richtig wäre: W hat gesagt, dass er unschuldig ist.
M	T	...

Fall II ist falsch.

Fall III:

W	u	W müsste ich bin unschuldig gesagt haben (weil er unschuldig ist und die Wahrheit spricht)
J	T	\uparrow W hat gesagt, er hat das Schwert versteckt. richtig, weil er ja lügt.
M	u	J du lügst. (richtig, weil M die Wahrheit spricht)

Fall III ist möglich und Fall I und II sind unmöglich.

Endergebnis: Jobst ist der Täter.

6) Universitätskindergarten

Zum 40jährigen Geburtstag der Universität B. hat der Präsident der Universität B. im Dezember für die 50 Kinder im universitätseigenen Kindergarten Stucki je eine Mütze und einen Schal mit Universitätslogo bei einer alteingesessenen Firma aus dem Frankenwald herstellen lassen.

Als der Präsident mit den großen Tüten bewaffnet in den Kindergarten kommt, stürzen sich die 50 Kinder auf ihn und begrüßen ihn. In diesem Moment fallen dem Präsident die Tüten aus der Hand und auf den Boden. Noch bevor er erklären kann, wie die Sachen zu verteilen sind, stürzen sich die Kindergartenkinder in einer großen Traube auf die 50 Mützen und 50 Schals, so dass der Präsident erst mal in die Küche flüchtet.

Nachdem sich das Durcheinander einigermassen gelichtet hat, schlägt die Kindergartenleiterin die Hände über dem Kopf zusammen. Die Kinder haben sich alle Mützen und Schals geschnappt und die beiden Tüten sind leer. Einige Kindergartenkinder haben bis zu 3 Mützen und zusätzlich bis zu 3 Schals für sich erobert, andere haben nur Mützen oder nur Schals an, während es auch Kindergartenkinder gibt, die ganz ohne Schal und Mütze dastehen.

Insgesamt haben 30 Kindergartenkinder eine, zwei oder drei Mützen auf, manche davon haben auch noch zusätzlich einen oder mehrere Schals um. 24 Kindergartenkinder haben einen, zwei oder drei Schals um und manche davon haben auch noch zusätzlich eine oder mehrere Mützen auf. Nur 16 Kindergartenkinder tragen wirklich beides, also mindestens eine Mütze und mindestens einen Schal.

Wie viele Kindergartenkinder haben weder Schal noch Mütze ergattert können?

Lösungsvorschlag: Aus der Aufgabe liest man heraus:

(1) *Es gibt insgesamt 50 Kinder und auch insgesamt 50 Mützen und insgesamt 50 Schals.*

(2) *30 Kinder haben eine oder zwei oder drei Mütze(n) auf, manche davon auch zusätzlich Schals.*

(3) *16 Kinder tragen wirklich beides.*

(4) $\stackrel{(2,3)}{\Rightarrow}$ *30-16=14 Kinder tragen nur mindestens eine Mütze, aber keine Schals.*

(5) *24 Kinder haben eine oder zwei oder drei Schal auf, manche davon auch zusätzlich Mützen.*

(6) $\stackrel{(3,5)}{\Rightarrow}$ *24-16=8 Kinder tragen nur mindestens einen Schal, aber keine Mützen.*

Zwischenfazit:

(3) *16 Kinder tragen wirklich beides, also sowohl Mützen als auch Schals.*

(4) *14 Kinder tragen nur eine oder zwei oder drei Mützen, aber keine Schals.*

(6) *8 Kinder tragen nur eine oder zwei oder drei Schals, aber keine Mützen.*

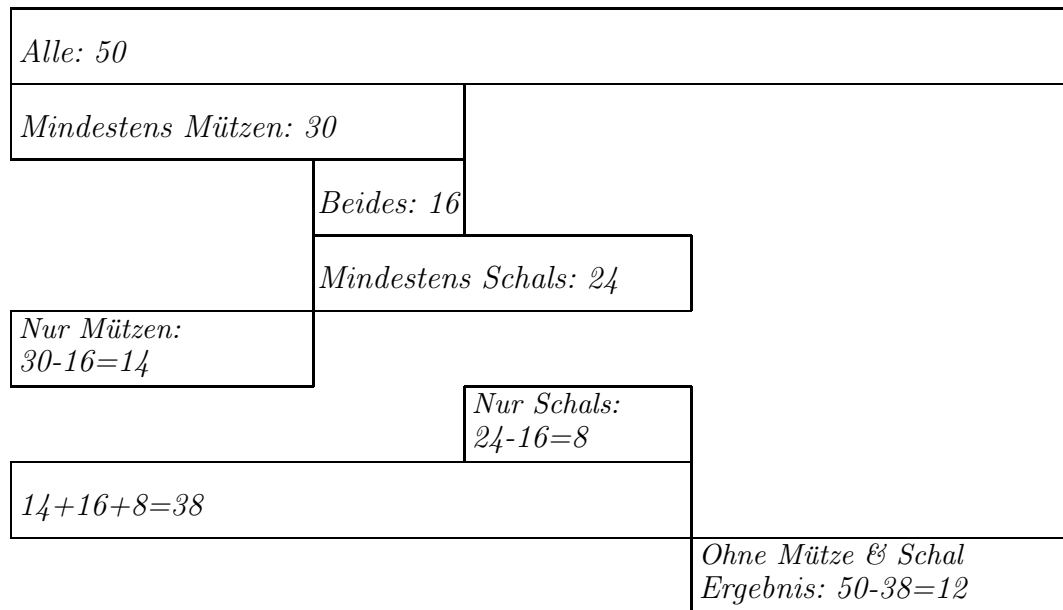
Also:

(7) \Rightarrow *16+14+8= 38 Kinder tragen Mütze(n) und/oder Schal(s).*

Endergebnis:

(8) \Rightarrow *50 - 38 = 12 Kinder tragen weder Mütze noch Schal.*

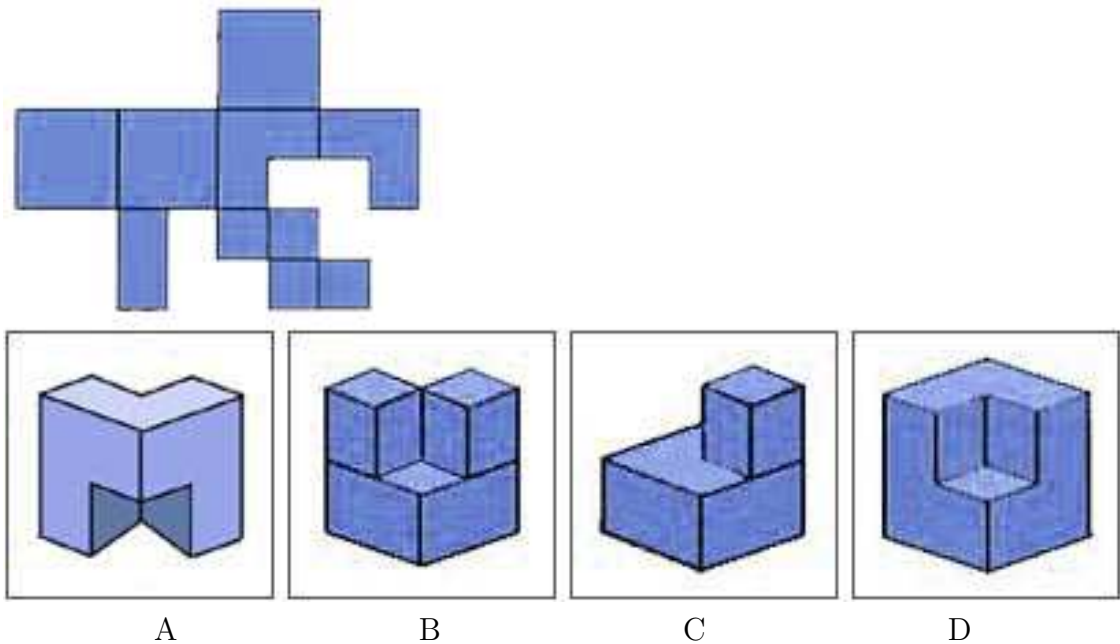
Lösungsvariante II: mit Mengendiagramm



4 Pkte

7) Geometrie

Welcher Körper kann aus dem obigen Bastelbogen hergestellt werden?
(Begründung nicht vergessen!)



Lösungsvorschlag:

Variante 1: Ausschneiden und zusammenbauen liefert D.

Variante 2 mit Ausschlußprinzip:

Der Bastelbogen besitzt 3 vollständige große Quadrate. Also muss der richtige Körper mindestens¹ 3 vollständige große Quadrate als Berandung haben.

Körper A besitzt als Berandung überhaupt kein großes Quadrat. Widerspruch!

Körper B besitzt als Berandung höchstens ein großes Quadrat (Unterseite). Widerspruch!

Körper C besitzt als Berandung genau ein großes Quadrat (Unterseite). Widerspruch!

Bleibt Körper D übrig (, falls² man annehmen darf, dass mindestens ein Körper aus A, B, C, D vom Bastelbogen erzeugt wird).

¹Aus kleineren Einheiten könnte auch ein großes Quadrat zusammengesetzt werden.

²Das ist das systemimmanente Problem von Textaufgaben: Manche Leute interpretieren den Text anders als der Aufgabensteller! Aus diesem Grunde haben die Mathematiker die Formeln und genauen Definitionen erfunden, damit man nicht dauernd streitet.