

Klassenstufe 7-8

Bitte jeweils in Teams von 3-5 Schülern bearbeiten.

Die Bewertung hängt neben der Korrektheit auch von der Qualität der Begründungen und der Beschreibung der Lösungswege ab. Auch Ansätze werden belohnt.

4 Pkte

1) Alter des Mathelehrers

Der Mathelehrer wird vom Chemielehrer gefragt wie alt er sei. Er antwort in einem Rätsel:

„Mein Alter läßt sich sowohl als $1 + x^y$ schreiben als auch als $a \cdot b^c$, wobei x, y, a, b, c allesamt Primzahlen sind.“

Nach längerem Überlegen meint der Chemielehrer, das ist aber noch nicht eindeutig.

Daraufhin ergänzt der Mathelehrer:

„Ja, stimmt. Ich gebe noch einen Tip: Es ist die zweitniedrigste Lösung.“

Daraufhin meint der Chemielehrer: „Jetzt weiß ich es.“

Aufgabe: Berechne (und begründe) das Alter des Mathelehrers.

Bedenke: 1 ist keine Primzahl!

3 Pkte

2) Ritter

Auf der Burg Felsenstein lebt der Ritter von Hinkelstein mit seinen drei Kindern Wendell, Jobst und Mathes. Eines der Ritterkinder hat das Schwert des Vaters versteckt und der Vater muss jetzt den Schuldigen finden.

Der Vater weiß, dass das Kind, welches schuldig ist, lügt, und dass die unschuldigen Geschwister die Wahrheit sagen.

Finde aus der folgenden Unterhaltung heraus, welches Kind Vaters Schwert versteckt hat.

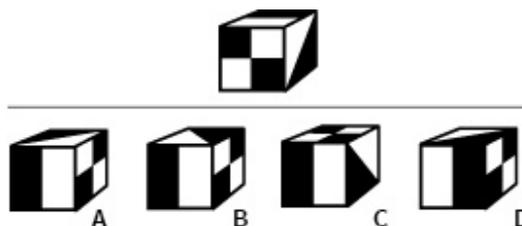
Wendell murmelt etwas. Vater von Hinkelstein fragt, was Wendell gesagt hat. „Er sagt, dass er das Schwert versteckt hat,“ erklärt Jobst. „Jobst du lügst“, ruft Mathes. Ritter von Hinkelstein weiß nun, wer der Übeltäter war. Du auch?

Gib den Namen des Übeltäters an.

3 Pkte

3) Würfel

Welcher der unten abgebildeten Würfel entspricht dem von oben?



5 Pkte

4) Tür

Eine Tür wurde am Computer mit einer Breite von 885 mm und einer Höhe von 1475 mm als Spezifikation (*) entworfen, damit sie in einen rechteckigen Türstock von 895 mm auf 1485 mm passt.

Der Spalt zwischen Tür und Türstock darf auf jeder Seite nicht größer als 7 mm sein, damit die Tür verlässlich schließt.

Im angenommenen Temperaturbereich wird sich die Tür höchstens um 0,2 % in der Breite und Höhe ausdehnen. Der Türrahmen wird sich im angenommenen Temperaturbereich nicht ausdehnen.

Zu allen Zeiten, auch wenn die Tür sich ausgedehnt hat, muss auf jeder der vier Seiten der Tür ein Abstand von 1 mm zum Türrahmen sein.

Die Tür muss in der Schreinerei jetzt nicht ganz genau nach der Spezifikation (*) hergestellt werden, aber es gibt Einschränkungen.

In welchem Intervall darf die Breite, in welchem Intervall darf die Höhe der Tür liegen, damit die angegebenen Nebenbedingungen eingehalten werden?

(Rechne wie die Schreiner in ganzen Millimetern!)

12 Pkte

5) Freitag der 13te

Schüler Kurt liebt „Freitag den 13ten“. Da hat er immer besonders gute Noten in Schulaufgaben. Er hat sich nämlich folgendes überlegt: *Glück und Pech sind gleichverteilt. An einem „Freitag dem 13ten“ bilden sich aber fast alle Leute ein Pech zu haben, da bleibt für mich viel mehr Glück übrig.* Damit ist er immer gut gefahren. Auch vor zwei Jahren beim 8. Tag der Mathematik an einem 13. Juli 2013 hat er ganz besonders gut abgeschnitten. 13 ist einfach seine Glückszahl.

Kürzlich hat er seine Großtante Fronicka Abergläubisch kennengelernt, die auf der fast verfallenen und finsternen Burg Rabeneck in der Fränkischen Schweiz lebt. Fronicka Abergläubisch hat schreckliche Angst vor jedem „Freitag den 13ten“, da passiert immer etwas Entsetzliches auf ihrer Burg: Entweder geistert Schlossgespenst Ritter Kunibert ohne Kopf bereits zur Mittagszeit durch die Gemäcker und erschreckt die seltenen Burgbesucher oder sonst etwas schreckliches passiert. Natürlich hat auch die Telekom noch keinen Internetanschluß bis auf die entlegene Burg Rabeneck gelegt. Deshalb hat Großtante Fronicka Abergläubisch auch keinen Internetzugang mit dem sie die zukünftigen Kalender 2016, 2017 und so weiter abrufen könnte und genau schauen könnte, wann die nächsten „Freitage der 13te“ auftauchen.

Sie erzählt dem kleinen Kurt ihren größten Wunsch: „Ein ganzes Jahr ohne einen Freitag den 13ten.“

Außerdem fürchtet sie sich davor, dass im Abstand von vier Wochen zwei „Freitage den 13ten“ auftreten, dann wird nämlich einer alten Vorhersage nach, 3/13 des zugehörigen Waldes vom Sturm zerstört.

Ganz besondere Angst hat sie vor einem Jahr mit 13 „Freitagen dem 13ten“, da wird nämlich nach einer uralten Vorhersage eines Druiden die Burg Rabeneck in Staub verwandelt.

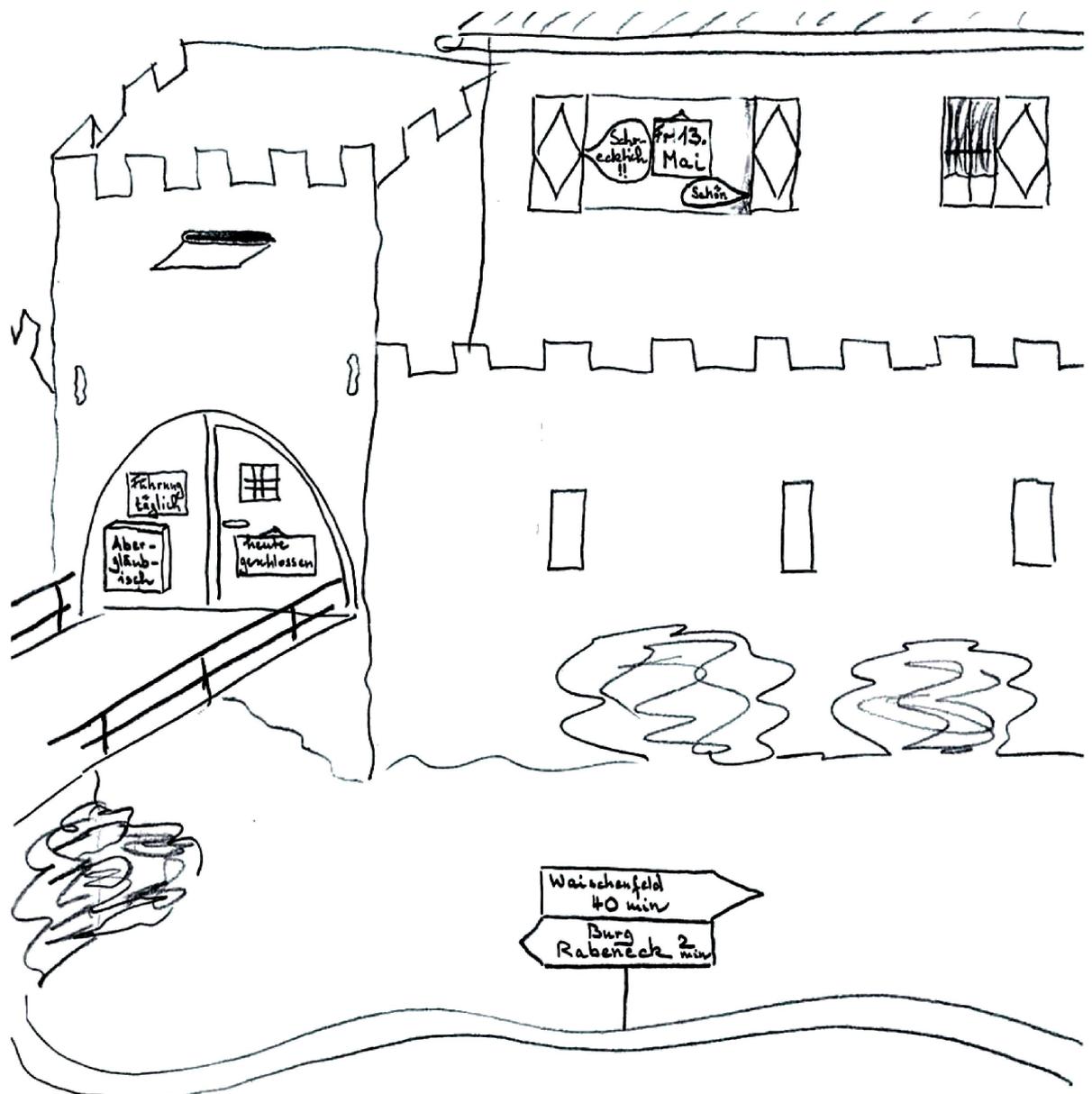
Nun kann Schüler Kurt seine Großtante bei der letzten Vorhersage überzeugend beruhigen: Es gibt ja höchstens 12 Monate im Jahr, da können in einem Jahr 13 „Freitage den 13ten“ gar nicht auftreten.

„Aber wieviele der schrecklichen „Freitage den 13ten“ können denn in einem beliebigen Jahr überhaupt auftreten“, fragt Großtante Fronicka den kleinen Kurt. „Du gehst doch jetzt auf die Schule und hast ganz viel Mathematik gelernt!“

Der kleine Kurt rechnet aus, aber leider ist sein Schmierzettel zum Anzünden des Kamins benutzt worden, einzig bekannt ist, dass eine Fallunterscheidung nach Schaltjahren oder Nicht-Schaltjahren sinnvoll ist.

Aufgaben: Beantworte mit Begründung folgende Fragen:

- a) Wie viele „Freitage den 13ten“ können denn in einem beliebigen Jahr überhaupt auftreten?*
- b) Gibt es ein ganzes Jahr ohne einen „Freitag den 13ten“?*
- c) Ist es möglich, dass zwei „Freitage den 13ten“ im Abstand von 4 Wochen in einem Jahr auftreten?*



Viel Spaß beim Lösen der Aufgaben!